

5e année SRC

EC : SRC09-TCCROSS

Date du contrôle : vendredi 24 janvier 2014

Responsable : Philippe Mary

Documents autorisés : supports de cours – calculatrices

Durée : 2H

Nombre de pages : 7

Observations : L'utilisation des téléphones mobiles est strictement interdite. Vous rendrez l'ensemble du sujet avec la feuille réponse en page 7.

► Exercice 1 : Région des débits dans un canal à accès multiples gaussien

4 points

Soit le réseau cellulaire en accès multiple tel que décrit sur la figure 1. On note σ^2 la puissance du bruit à la réception et P_1 , P_2 et P_3 les puissances reçues des utilisateurs 1, 2 et 3 au niveau de la station de base respectivement.

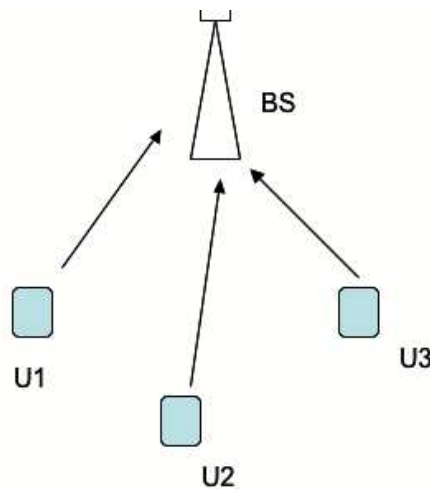


FIGURE 1 – Canal à accès multiple à 3 utilisateurs

(1pt) 1. Si un seul utilisateur transmettait dans la cellule, son SINR s'écrirait :

- $\text{SINR}_i = \frac{P_i |h_i|^2}{\sigma^2}$
- $\text{SINR}_i = \frac{P_i}{\sigma^2}$
- $\text{SINR}_i = \frac{P_i |h_i|^2}{N_0}$
- $\text{SINR}_i = \frac{P_i |h_i|^2}{N_0}$

(1pt) 2. Combien faut-il de contraintes pour définir la région des débits de ces trois utilisateurs ?

- 3
- 4
- 6
- 7

(1pt) 3. Les contraintes de ce système sont :

- (1) $R_1 \leq \log_2(1 + P_1/\sigma^2)$; (2) $R_2 \leq \log_2(1 + P_2/\sigma^2)$; (3) $R_3 \leq \log_2(1 + P_3/\sigma^2)$
- (1); (2); (3); (4) $R_1 + R_2 \leq \log_2(1 + (P_1 + P_2)/\sigma^2)$
- (1); (2); (3); (4) $R_1 + R_2 \leq \log_2(1 + (P_1 + P_2)/\sigma^2)$; (5) $R_2 + R_3 \leq \log_2(1 + (P_2 + P_3)/\sigma^2)$; (6) $R_1 + R_3 \leq \log_2(1 + (P_1 + P_3)/\sigma^2)$
- (1); (2); (3); (4); (5); (6); (7) $R_1 + R_2 + R_3 \leq \log_2(1 + (P_1 + P_2 + P_3)/\sigma^2)$

(1pt) 4. Laquelle des propositions de la figure 2 représente correctement la région des débits de ces trois utilisateurs ?

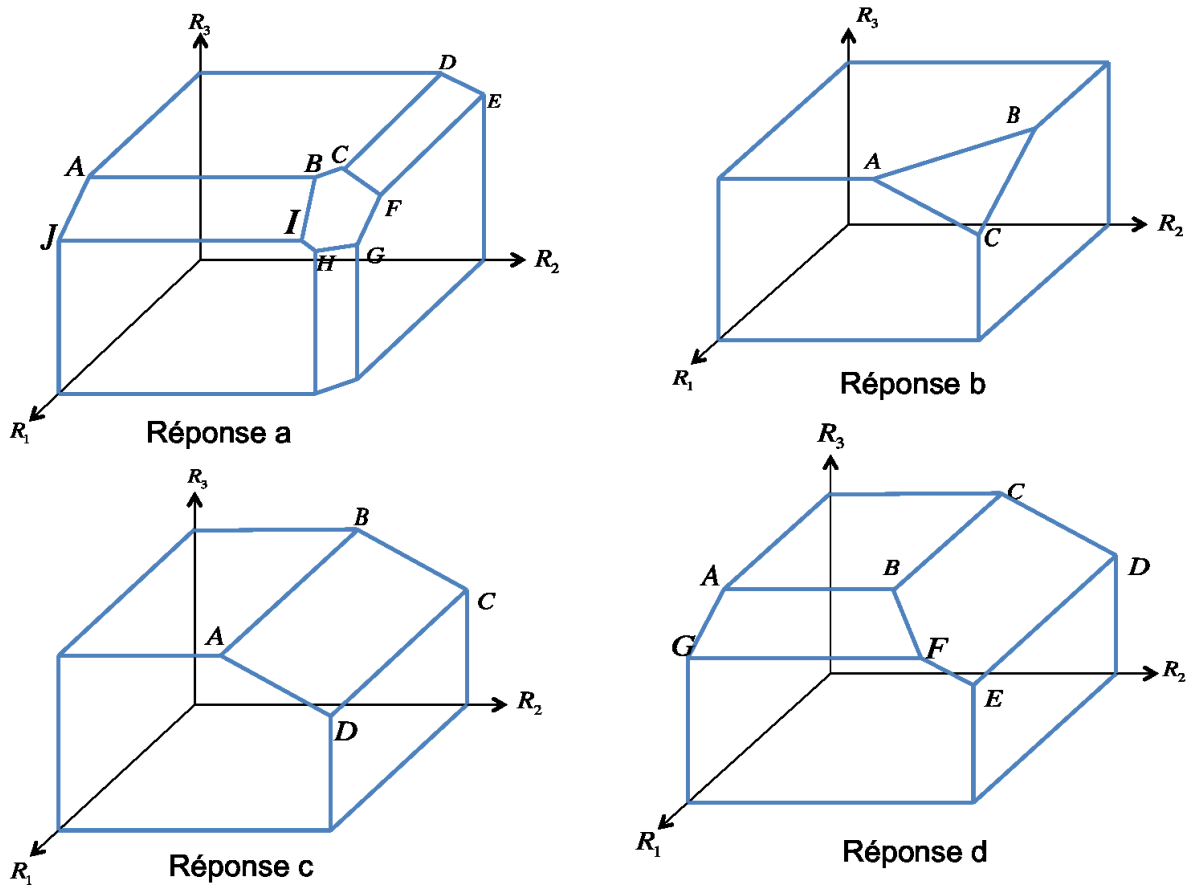


FIGURE 2 – Région des capacités d'un canal à accès multiple à 3 utilisateurs

► Exercice 2 : Allocation de ressources

5 points

On considère un système cellulaire comprenant K utilisateurs et une station de base dans sa liaison montante. La capacité de ce système est supposée être

$$C = \log \left(1 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^K p_k |h_k|^2 \right) \text{ nats/channel use,} \quad (1)$$

où \log est le logarithme naturel. De fait la capacité se mesure dans ce cas en nats/channel use ("nats" pour naturals). p_k est la puissance de l'utilisateur k , positive ou nulle, h_k est le coefficient du canal entre l'utilisateur k et la station de base. Enfin, σ^2 est la puissance du bruit à la réception.

(1pt) 1. Donner une justification de la relation en (1) :

- a. C'est l'expression classique de la capacité d'un canal MIMO.
- b. Les utilisateurs coopèrent entre eux pour annuler leur interférence respective et ainsi atteindre la capacité donnée en (1).
- c. Le système est équivalent à un système MISO pour lequel il n'y aurait pas de normalisation de la puissance d'émission puisqu'il s'agit d'utilisateurs différents.
- d. L'expression en (1) est la capacité d'un utilisateur. Comme il y a K utilisateurs, la capacité moyenne sur les K utilisateurs est équivalente à celle d'un utilisateur.

On impose dans un premier temps que chaque p_k soit inférieure ou égale à P , positive ou nulle et on cherche à maximiser la capacité du système sous ces contraintes, en trouvant l'allocation de puissance optimale.

(1pt) 2. Comment s'écrit le problème d'optimisation dans sa forme standard ?

a.

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{P}} \quad & \log \left(1 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^K p_k |h_k|^2 \right), \\ \text{s.c.} \quad & \mathbb{E}[p_k] \leq P, k = 1, \dots, K \\ \text{s.c.} \quad & p_k \geq 0, k = 1, \dots, K \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{P}} \quad & -\log \left(1 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^K p_k |h_k|^2 \right), \\ \text{s.c.} \quad & \sum_k p_k \leq P, k = 1, \dots, K \\ \text{s.c.} \quad & p_k \geq 0, k = 1, \dots, K \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{P}} \quad & \log \left(1 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^K p_k |h_k|^2 \right), \\ \text{s.c.} \quad & p_k \leq P, \\ \text{s.c.} \quad & p_k \geq 0, \end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{P}} \quad & -\log \left(1 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^K p_k |h_k|^2 \right), \\ \text{s.c.} \quad & p_k \leq P, k = 1, \dots, K \\ \text{s.c.} \quad & p_k \geq 0, k = 1, \dots, K \end{aligned}$$

(1pt) 3. En utilisant les conditions KKT, la résolution de ce problème donne la solution suivante :

$$\begin{aligned} \text{a. } p_k^* &= \begin{cases} \max \left(0, \frac{1}{\lambda_k} - \frac{\sigma^2}{|h_k|^2} \right) & \text{si } k = \arg \max_{k'} |h_{k'}|^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \\ \text{b. } p_k^* &= P, \forall k \in \{1, \dots, K\}. \\ \text{c. } p_k^* &= \max \left(0, \frac{1}{\lambda} - \frac{\sigma^2}{|h_k|^2} \right), \forall k \in \{1, \dots, K\} \text{ avec } \lambda = \frac{1}{P + \frac{\sigma^2}{|h_k|^2}} \\ \text{d. } p_k^* &= \max \left(0, \frac{1}{\lambda_k} - \frac{\sigma^2}{|h_k|^2} \right), \text{ avec } \lambda_k = \frac{1}{P + \frac{\sigma^2}{|h_k|^2}}, \forall k \in \{1, \dots, K\} \end{aligned}$$

On considère toujours la capacité du système en (1), mais la somme des puissances instantanées totale est inférieure ou égale à P_t . On cherche alors l'allocation de puissance qui maximise la capacité en (1).

(1pt) 4. Comment s'écrit le problème d'optimisation dans sa forme standard ?

a.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{P}} \quad & -\log \left(1 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^K p_k |h_k|^2 \right), \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{k=1}^K p_k \leq P_t, \\ \text{s.c.} \quad & p_k \geq 0, k = 1, \dots, K \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{P}} \quad & \log \left(1 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^K p_k |h_k|^2 \right), \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{k=1}^K p_k \leq P_t, \forall k = \{1, \dots, K\} \\ \text{s.c.} \quad & p_k \geq 0, k = 1, \dots, K \end{aligned}$$

c.

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{P}} \quad & \log \left(1 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^K p_k |h_k|^2 \right), \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{k=1}^K \mathbb{E}[p_k] \leq P_t, \\ \text{s.c.} \quad & p_k \geq 0, k = 1, \dots, K \end{aligned}$$

d.

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{P}} \quad & -\log \left(1 + \frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^K p_k |h_k|^2 \right), \\ \text{s.c.} \quad & \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K p_k \leq P_t, \\ \text{s.c.} \quad & p_k \geq 0, k = 1, \dots, K \end{aligned}$$

(1pt) 5. En résolvant le problème d'optimisation à l'aide des conditions KKT, l'allocation optimale des puissances s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{a. } p_k^* &= \begin{cases} P_t & \text{si } k = \arg \max_{k'} |h_{k'}|^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \\ \text{b. } p_k^* &= \begin{cases} \frac{1}{\lambda} - \frac{\sigma^2}{|h_k|^2} & \text{si } k = \arg \max_{k'} |h_{k'}|^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \\ \text{c. } p_k^* &= \begin{cases} \max \left(0, \frac{K}{\lambda} - \frac{\sigma^2}{|h_k|^2} \right) & \text{si } k = \arg \max_{k'} |h_{k'}|^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \text{ avec } \lambda = \begin{cases} \lambda = \sigma^2 \sum_{k=1}^K \frac{1}{|h_k|^2} + K P_t \\ 0 \end{cases} \\ \text{d. } p_k^* &= \max \left(0, \frac{1}{\lambda} - \frac{\sigma^2}{|h_k|^2} \right), \forall k \in \{1, \dots, K\} \text{ avec } \lambda = \frac{K}{P_t + \sigma^2 \sum_{k=1}^K \frac{1}{|h_k|^2}} \end{aligned}$$

On considère une liaison point-à-point dans un système WLAN. D'un point de vue MAC (Medium Access Control), la trame de communication entre la station mobile et le point d'accès peut se représenter comme sur la figure 3 ci-dessous. Le temps d'accès alloué pour le protocole CSMA/CA est représenté par la durée "CSMA/CA access time". On note également la durée de chaque partie de la trame MAC en dessous des différents éléments la composant (toutes les durées sont en μs). SIFS est un temps de garde nécessaire avant l'envoi d'un "acknowledgement". La trame physique à transmettre est visualisée par le champ DATA et possède 1000 symboles. On définit le débit MAC comme le nombre de bits d'information transmis sur la durée de la trame MAC. De même l'efficacité d'une couche MAC est obtenue en comparant le débit obtenu à son niveau sur celui de la couche physique.

(0.5pt) 1. Quelle est la durée de la trame MAC ?

- a. 136 μs
- b. 164 μs
- c. 242 μs
- d. 286 μs

Pour transmettre ces données, on considère une couche physique PHY1 qui utilise un MCS (Modulation and Coding Scheme) alliant une BPSK (Binary Phase Shift Keying) avec un codeur canal de rendement 1/2. De plus, on considère que la probabilité de recevoir la trame physique PSR (Packet Success Rate) est de 98%.

(0.5pt) 2. Quelle est l'efficacité spectrale R^{phy1} de cette couche PHY ?

- a. 1/2 bit/symb
- b. 1 bit/symb
- c. 1/4 bit/symb
- d. 2 bits/symb

(1pt) 3. Quel est le débit moyen d'information de la couche PHY1 obtenu avec ce taux de succès ?

- a. 3.6 Mbits/s
- b. 7.2 Mbits/s
- c. 5.1 Mbits/s
- d. 6.9 Mbits/s

(1pt) 4. Quelle est le débit MAC obtenu avec la couche PHY1 ?

- a. 4 Mbits/s
- b. 6.9 Mbits/s
- c. 1.7 Mbits/s
- d. 7.2 Mbits/s

(0.5pt) 5. Quelle est l'efficacité de la couche MAC avec la couche PHY1 ?

- a. 78 %
- b. 33 %
- c. 96 %
- d. 25 %

Une couche physique PHY2 utilise un MCS alliant une 16-QAM (16-Quadrature Amplitude Modulation) avec un codeur canal de rendement 3/4. De plus, on considère que la probabilité de recevoir la trame physique PSR (Packet Success Rate) est maintenant de 40%.

(0.5pt) 6. Quelle est l'efficacité spectrale R^{phy2} de cette nouvelle couche PHY ?

- a. 3 bits/symb
- b. 12 bits/symb
- c. 9/4 bits/symb
- d. 3/2 bits/symb

(1pt) 7. Quel est le débit moyen d'information de la couche PHY2 ?

- a. 8.8 Mbits/s
- b. 50 Mbits/s
- c. 4.4 Mbits/s
- d. 12.5 Mbits/s

- (1pt) 8. Quelle est le débit MAC obtenu avec la couche PHY2 ?
- 2.1 Mbits/s
 - 4.2 Mbits/s
 - 35 Mbits/s
 - 5.5 Mbits/s
- (0.5pt) 9. Quelle est l'efficacité de la couche MAC avec la couche PHY2 ?
- 33 %
 - 24 %
 - 70 %
 - 11 %
- (1pt) 10. Laquelle de ces propositions est correcte ?
- L'efficacité de la couche MAC augmente avec PHY2 car on utilise un MCS avec une efficacité spectrale plus importante (environ de 70%).
 - L'efficacité de la couche MAC diminue avec PHY2 car la probabilité de succès des paquets est bien inférieure à celle obtenue avec PHY1.
 - L'efficacité de la couche MAC ne change pas entre PHY1 et PHY2 car le ratio des durées du paquet PHY et de la trame MAC reste identique.
 - L'efficacité de la couche MAC ne change pas entre PHY1 et PHY2 car l'augmentation de l'efficacité spectrale dans PHY2 est compensée par une perte plus importante des paquets.

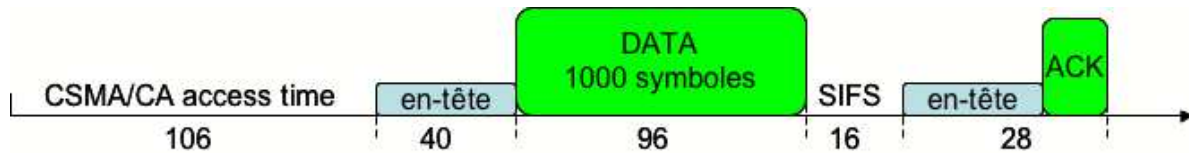


FIGURE 3 – Trame MAC

► Exercice 4 : Points de fonctionnement sur une région des capacités

3.5 points

Vous placerez directement sur la figure du sujet les différents points demandés. Justifier sur le sujet ci-dessous.

- (1pt) 1. Placer le point F correspondant aux débits maximums équilibrés. Vous prendrez $R_1^{\max} = 3.8918$ bits/channel use et $R_2^{\max} = 2.5649$ bits/channel use.
- (1pt) 2. Placer le point G correspondant au maximum de la somme des débits. Que dire de ce point de fonctionnement par rapport à F dans ce cas ?
- (0.5pt) 3. Tracer l'ensemble des points correspondant à un partage temporel de la ressource. En particulier, placer le point T correspondant à un partage temporel égal entre l'utilisateur 1 et 2.
- (1pt) 4. Que représente le segment [TF] ? Comment peut-on déplacer le point de fonctionnement du système sur ce segment ?

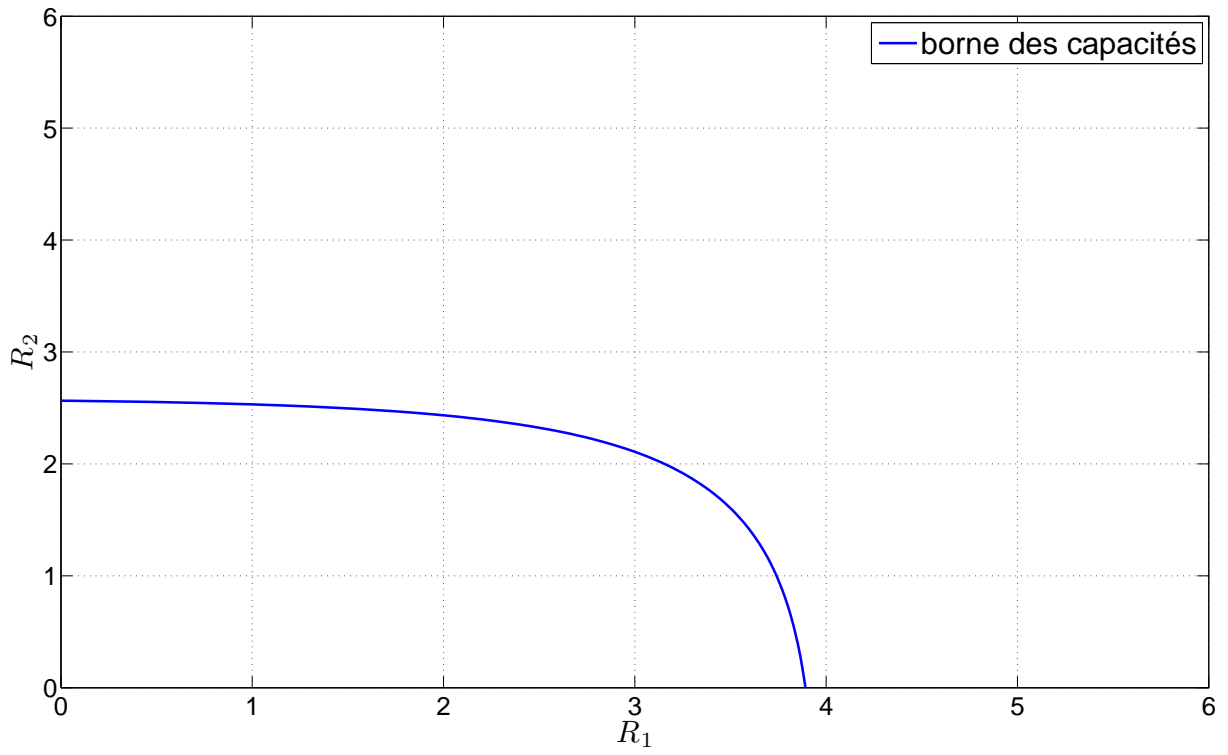


FIGURE 4 – Région des capacités

Devoir Surveillé de Cross-Layer

2013-2014

- Fiche réponses -

Nom :

Prénom :

- Fiche réponse à rendre obligatoirement.
- Bien noircir la case correspondant à la bonne réponse.
- Une seule bonne réponse par question.
- Notation sur 20 : + le nombre de points indiqué devant chaque question pour une bonne réponse, 0 pour une absence de réponse ou une mauvaise.

Exercice	Question	Réponse a	Réponse b	Réponse c	Réponse d	
1	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
2	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
3	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	10	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

Commentaires éventuels
